

通孔金属泡沫渗透率解析模型¹⁾

杨肖虎^{*,†} 白佳希^{†,**} 卢天健^{†,**,2)}

^{*}(西安交通大学能源与动力工程学院, 西安 710049)

[†](西安交通大学轻质结构和材料多学科研究中心, 西安 710049)

^{**}(西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室, 西安 710049)

摘要 针对通孔金属泡沫中的渗透率预测及现有理论模型的局限性, 发展了一种新的全解析渗透率模型. 该模型以立方体结构作为代表单元, 采用基于追踪流体微团轨迹的分支算法解析求解代表单元内的流动迂曲度. 渗透率的表达形式简单且不含任何拟合或经验参数, 仅是孔隙率与平均孔径的函数. 采用实验测量和文献数据对模型预测进行了验证. 结果表明: 提出的模型能够在较为宽广的孔隙率 (0.55~0.98) 和孔密度 (5~100 PPI) 范围内预测通孔金属泡沫的渗透率; 采用分支算法得到的流动迂曲度能够较好地描述流体在通孔金属泡沫中的流动特征; 采用开孔率修正的解析模型亦能对半开孔泡沫材料的渗透率提供良好预测.

关键词 通孔金属泡沫, 渗透率, 迂曲度, 解析模型, 分支算法

中图分类号: TK312 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-14-115

引言

通孔金属泡沫具有比表面积大、体积小、质量轻等优点, 在电子元器件热管理、燃料电池和紧凑型热交换器等领域中有着广泛的应用^[1-4]. 在以金属泡沫为核心的热交换系统分析中, 渗透率是一个关键参数, 故有关泡沫金属的强制对流传热过程及其渗透率精确评估的研究得到广泛关注^[1-4].

基于沙柱渗透实验得到的渗透速度-水力梯度线性关系, 法国工程师达西 (Darcy)^[5] 于 1856 年提出了多孔介质的渗透率可由下式确定

$$u = -\frac{K}{\mu} \left(\frac{dp}{dx} + \rho g \right) \quad (1)$$

式中, dp/dx 表示沿着主流方向的压降, ρ , μ 和 u 分别是流体的密度、动力黏度和速度, g 为重力加速度, K 代表该多孔介质的渗透率. 工程上往往研究沿水平方向的流动, 故式 (1) 可简化为

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\mu u}{K} \quad (2)$$

式 (2) 通常称为达西定律, 但其仅适用于低雷诺数的牛顿流体流动. 对高雷诺数流动而言, 流体的惯性作用明显, 以黏性作用为主导的流动定律 (达西定律)

不再适用. 针对不可压缩牛顿流体通过各向同性多孔介质的流动特性, 福希海默 (Forchheimer) 在达西定律基础上增加了非线性惯性项, 提出改进的压降模型^[6]

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\mu u}{K} + \frac{\rho f}{\sqrt{K}} u^2 \quad (3)$$

式中, f 为惯性系数, ρ 为流体密度. 研究表明, 多孔介质的渗透率与惯性系数均受到孔结构影响^[6].

渗透率的确定有多种方法, 其中, 直接实验测量及以实验、数值模拟数据为基础的经验关联式为预测通孔金属泡沫的渗透率提供了简易可行的方法^[7-11]. 早期的解析模型^[12-13] 大都基于一些高度理想化的孔拓扑结构假设, 如: 有序排列的二维孔、两相串并联结构、对称分布的两相结构等; 然后通过求解给定理想边界条件下的纳维-斯托克斯方程 (N-S 方程) 获得渗透率的解析模型. 但是, 由于这些模型的假设不符合通孔泡沫的实际结构, 不能对其渗透率进行准确预测, 因而有必要建立一种基于准确描述通孔金属泡沫拓扑结构的渗透率模型.

文献 [14] 提出以三维立方体为单胞的一种周期性结构来近似模拟通孔金属泡沫的拓扑结构. 但是, 与实验结果比较表明, 该模型仅能在高孔隙率 (0.973~0.978) 和高孔密度 (45~100 PPI, pores per inch,

2014-07-16 收到第 1 稿, 2014-09-15 收到修改稿.

1) 国家重点基础研究发展规划 (2011CB6103005) 和高等学校学科创新引智计划 (B06024) 资助项目.

2) 卢天健, 教授, 主要研究方向: 固体力学, 传热学及生物热力学. E-mail: tjlu@mail.xjtu.edu.cn

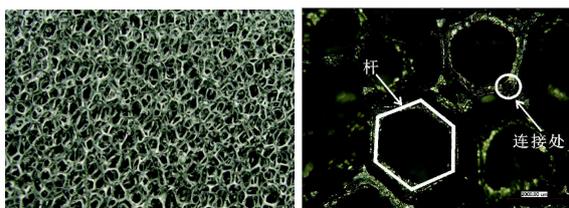
1inch=2.54 cm) 范围内, 合理预测通孔金属泡沫的渗透率. 为了扩展上述模型的适用范围, 文献 [15] 试图采用半经验拟合关联式修正单胞的流动迂曲度, 但基于该流动迂曲度模型获得的预测规律 (迂曲度随孔隙率增大而增大) 与现有的迂曲度实验测量数据 [16] (迂曲度随孔隙率增大而减小) 相矛盾. 尤其当孔隙率为 1 时 (即流体流经空通道), Bhattacharya 等 [15] 提出的模型给出了无穷大的迂曲度, 这与流动的物理本质严重不符.

由上可见, 在较为宽广的孔隙率范围内, 提出一个能够准确描述通孔金属泡沫三维流动迂曲度的模型对合理预测金属泡沫的渗透率显得尤为重要和必要. 本文基于追踪流体微团轨迹的分支算法 [17] 求得通孔金属泡沫的流动迂曲度, 进而修正 Du Plessis 等 [14] 提出的解析模型, 以期在更为宽广的孔隙率范围内合理预测通孔金属泡沫的渗透率.

1 解析模型

1.1 通孔金属泡沫的孔拓扑结构

在建立解析模型之前需要确定通孔金属泡沫的三维拓扑结构. 通孔金属泡沫的制备一般采用发泡法. 制备过程中, 气泡在熔体中自由移动, 最终形成十四面体实现表面能最小 [18], 这与在扫描电镜 (SEM) 下观察泡沫铝的孔拓扑结果一致, 见图 1. 为简化起见, 理论建模时通常假设泡沫金属由周期性单元体组成, 采用单元体建模作为其空间拓扑结构的一种近似. 但是, 对流体在泡沫金属中的流动而言, 十四面体结构过于复杂, 无法得到解析模型. 目前普遍采用 Lu 等 [19] 提出的立方体结构 (图 2) 近似通孔泡沫材料的空间拓扑, 本文亦然.



(a) 宏观孔形貌 (b) SEM 照片
(a) Macro pore morphology (b) SEM image

图 1 通孔泡沫铝的孔拓扑结构

Fig. 1 Representative topology of open-cell aluminum foams

1.2 渗透率解析模型

基于上述拓扑假设, Du Plessis 等 [14] 提出了一

个解析模型, 以预测牛顿流体流经高孔隙率通孔泡沫铝的压降和渗透率. 基于分段线性的平面泊肃叶 (Poiseuille) 流动假设和如图 2 所示的近似几何单胞结构, 解析求解孔隙结构下体积平均的三维 N-S 方程 (详见文献 [14]), 通孔金属泡沫的渗透率为

$$\frac{K}{d^2} = \frac{\varepsilon^2}{36\chi(\chi - 1)} \quad (4)$$

式中, ε 为金属泡沫孔隙率, χ 为流动迂曲度, d 为孔特征尺度. 根据图 2 所示的拓扑结构, 可分别求得流动迂曲度和孔特征尺度为

$$\chi = \left\{ \frac{3}{4\varepsilon} + \frac{\sqrt{9 - 8\varepsilon}}{2\varepsilon} \cos\left(\frac{4\pi}{3} + \frac{1}{3} \cos^{-1} \left[\frac{8\varepsilon^2 - 36\varepsilon + 27}{(9 - 8\varepsilon)^{3/2}} \right] \right) \right\}^{-1} \quad (5)$$

$$d = d_p \left(\frac{\chi}{\varepsilon} \right)^{1/2} \quad (6)$$

式中, d_p 表示金属泡沫孔径. 通过测量金属泡沫材料的平均孔径和孔隙率, 依据式 (4)~(6) 可得到渗透率的解析表达式.

式 (4) 表明, 渗透率与孔特征尺度的平方成正比, 这与渗透率具有长度平方的量纲相一致; 其量值主要受流动迂曲度和泡沫孔隙率的影响, 这与渗透率反应流体在多孔介质中迂回曲折流动的物理意义相统一. 但是, 式 (4) 是针对具有高孔隙率 (0.973~0.978) 和高孔密度 (45~100 PPI) 的金属泡沫提出的, 从而严重限制了该模型的适用范围. 据报道 [15], 式 (4) 严重高估了通孔泡沫铝在 0.90~0.96 孔隙率范围内的渗透率, 是实验值的 1.4~2.7 倍. 因此, 在更为宽广的孔隙率范围内提出一个能够准确描述通孔金属泡沫三维流动迂曲度的模型, 对合理

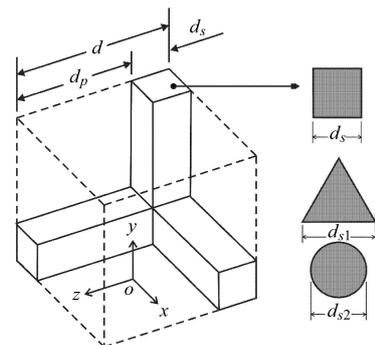


图 2 通孔金属泡沫的近似单元体结构及杆元横截面形貌 [14,19]

Fig. 2 Idealized unit cell of open-cell metallic foams with representative cell ligament morphologies [14,19]

预测金属泡沫的渗透率具有重要意义。

1.3 流动迂曲度的确定

迂曲度定义为渗流通道的实际长度与穿过渗流介质的视长度(最短直线距离)的比值,与多孔介质的孔结构紧密相关.确定迂曲度的方法有多种,最直接的方法是“测量”流体通过多孔介质的路径长度.作为一种数学描述方法,分支算法的核心思想是追踪流体微团的轨迹,采用数学方程计算流体流经多孔介质的路径^[17].基本计算过程如下:在单孔的开口处聚集大量流体微团,这些微团同时进入小孔开始运动,直到孔出现分支,即流体微团在孔连接(孔壁)处形成两股运动轨迹.之后的运动轨迹在孔的连接处继续分支成为更多的运动轨迹.当流体微团发生倒流或者重复经过一条路径时,该条路径计算终止.所有路径计算完成之后即可求得多孔介质的几何构型及迂曲度.

基于分支算法的思想,Beekman^[17]发展了一个解析模型,能够在宽广孔隙率范围内预测具有三维高度连通孔隙拓扑的多孔介质的迂曲度.鉴于泡沫杆截面形状随孔隙率的增大由圆形向三角形过渡(图2)^[15],采用Yang等^[20]提到的形状因子法修正具有矩形杆截面的流动迂曲度模型,如下式

$$\chi = \frac{\beta \varepsilon}{1 - (1 - \varepsilon)^{1/3}} \quad (7)$$

式中,β为等面积下其他多边形与圆形周长的比.该模型预测与蒙特卡洛模拟结果吻合良好.鉴于通孔金属泡沫的孔结构特征与文献[17]模型中的孔结构相似,本文将式(7)作为预测金属泡沫渗透率的基础.将式(7)代入式(4),可得一个全解析的渗透率模型

$$\frac{K}{d^2} = \frac{\varepsilon[1 - (1 - \varepsilon)^{1/3}]^2}{36\beta[(1 - \varepsilon)^{1/3} - (1 - \varepsilon\beta)]} \quad (8)$$

该(无量纲)渗透率仅是孔隙率的函数,其中特征长度d由式(6)和式(7)确定.

2 结果讨论

2.1 迂曲度与孔隙率之间的关系

迂曲度反映了流体流经多孔介质的难易程度,孔隙率对其影响十分显著.图3比较了不同迂曲度模型的预测结果,可以看出:迂曲度随孔隙率的增大而减小;当孔隙率取极限值1时,迂曲度为1,这与迂曲度的物理意义(渗流通道的实际长度与穿过渗流介质的最短直线距离的比值)相一致.但是,

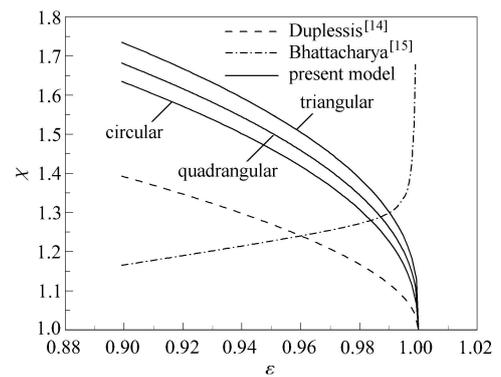


图3 通孔金属泡沫迂曲度与孔隙率的关系

Fig. 3 Flow tortuosity as a function of porosity

Bhattacharya等^[15]提出的模型给出了错误的趋势和无穷大的极值,Du Plessis等^[14]提出的模型则过低地预测了迂曲度,从而导致不够准确的渗透率估计.此外,可见另外两种常见的圆形、三角形杆截面对应的流动迂曲度,结果示于图3.在相同杆截面积条件下,多边形边数越少,周长越长,流体扰流的长度越大,即流动迂曲度越大,这与图3结果一致.

2.2 渗透率与孔隙率之间的关系

基于本文解析模型预测及文献实验数据,图4描绘了通孔金属泡沫渗透率与孔隙率之间的关系.由图4结果可以看出:在较为宽广的孔隙率范围内(0.55 ≤ ε ≤ 0.98),通孔金属泡沫的渗透率强烈依赖于其孔隙率,数值上随着孔隙率的升高而增大;在相同孔隙率条件下,通孔金属泡沫杆截面的形状不同导致其渗透率有略微差别,具有圆形杆截面形状的泡沫渗透率最高,三角形杆截面则最低,这与图3所示的流动迂曲度预测结果一致.本文提出的解析模型不含任何经验或拟合参数,预测结果与文献^[3,7-11,14-15]

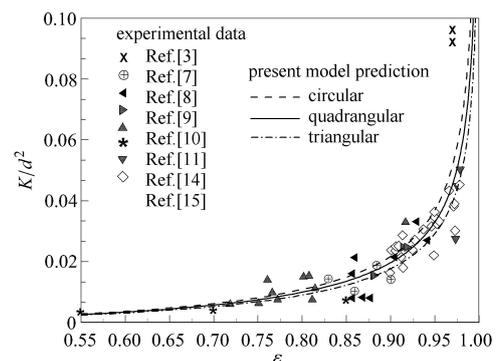


图4 通孔金属泡沫渗透率与孔隙率的关系

Fig. 4 Permeability of open-cell metallic foams as a function of porosity

中给出的通孔泡沫材料 (孔隙率 0.55~0.98、孔密度 5~100 PPI) 实验测定数据变化趋势一致, 且较好地吻合。

2.3 孔径的影响

以上的分析均是针对全开孔的通孔泡沫材料, 对于小孔径泡沫 ($d_p < 1 \text{ mm}$) 而言, 往往呈现半开孔状。我们引入开孔率 R_w 将半开孔泡沫和全开孔泡沫的渗透率关联起来, 即

$$K = R_w^n K_0 \quad (9)$$

式中, K 和 K_0 分别为半/全开孔泡沫渗透率, R_w 为开孔率, 定义为半开孔孔洞面积与全开孔孔洞面积的比, 取值为 0~1。

图 5 展示了孔径对半/全开孔通孔金属泡沫渗透率的影响, 可以看出: 本文模型不仅可以较好地给出全开孔通孔金属泡沫渗透率的理论预测; 使用开孔率 R_w 修正的解析模型能够较好的预测半开孔通孔金属泡沫渗透率。

值得指出的是, 虽然本文仅针对通孔金属泡沫材料的渗透率提出了一种新的全解析模型, 但鉴于渗透率与材料属性无关且通孔泡沫材料在空间拓扑上存在相似性, 该模型对非金属类通孔泡沫材料 (如高分子泡沫和陶瓷泡沫) 同样适用。

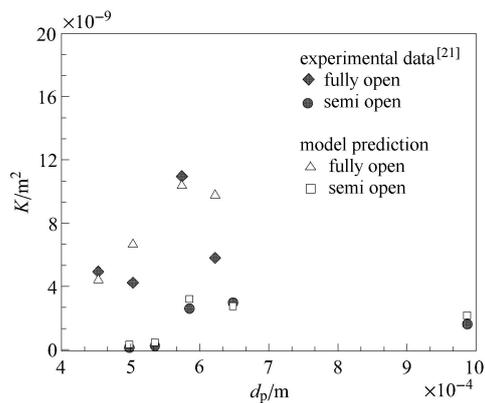


图 5 半/全开孔通孔金属泡沫渗透率与孔径的关系

Fig. 5 Permeability of fully/semi-open open-cell metallic foams as a function of pore size

3 结论

本文针对通孔泡沫材料的渗透率, 提出了一个形式简单且不含任何拟合或经验参数的全解析模型, 克服了现有理论模型的局限性, 能够在较为宽广的孔隙率和孔密度范围内预测泡沫材料的渗透率,

模型预测值与实验结果吻合良好。通孔金属泡沫杆截面形状对渗透率的影响很有限, 具有圆形杆截面形状的泡沫渗透率最高, 三角形杆截面最低。基于开孔率 R_w 修正的解析模型亦能较好的预测半开孔通孔金属泡沫的渗透率。

参 考 文 献

- 郁伯铭. 分形介质的传热与传质分析. 工程热物理论, 2003, 24(3): 481-483 (Yu Boming. Analysis of heat and mass transfer in fractal media. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2003, 24(3): 481-483 (in Chinese))
- 蔡建超, 郁伯铭. 多孔介质自发渗吸研究进展. 力学进展, 2012, 42(6): 735-754 (Cai Jianchao, Yu Boming. Advances in studies of spontaneous imbibition in porous media. *Advance in Mechanics*, 2012, 42(6): 735-754 (in Chinese))
- Hunt M, Tien C. Effects of thermal dispersion on forced convection in fibrous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1988, 31(2): 301-309
- Yang XH, Lu TJ, Kim T. A simplistic analytical unit cell based model for the effective thermal conductivity of high porosity open-cell metal foams. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2013, 46(25): 255302-6
- Darcy HPG. Dètermination des lois d'écoulement de l'eau à travers le sable. Paris, France: Victor Dalmont Inc., 1856, 590-594 (in French)
- Forchheimer P. Wasserbewegung durch boden. Netherlands: Deutsch Ing, 1901, 1782-1788 (in German)
- Loya V. The effect of microstructure on the permeability of metal foams [Master Thesis]. Montreal Quebec, Canada: Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Concordia, 2005, 47-59
- Kamath M, Balaji C, Venkateshan S. Convection heat transfer from aluminium and copper foams in a vertical channel-An experimental study. *International Journal of Thermal Sciences*, 2013, 64: 1-10
- Wade AD. Natural convection in water-saturated metal foam with a superposed fluid layer. [MPhil Thesis]. Minneapolis, US: Department of Mechanical Engineering, University of Minnesota, 2010, 51-53
- Garrido GI, Patcas F, Lang S, et al. Mass transfer and pressure drop in ceramic foams: a description for different pore sizes and porosities. *Chemical Engineering Science*, 2008, 63(21): 5202-5217
- Wu Z, Caliot C, Bai F, et al. Experimental and numerical studies of the pressure drop in ceramic foams for volumetric solar receiver applications. *Applied Energy*, 2010, 87(2): 504-513
- Happel J. Viscous flow relative to arrays of cylinders. *AICHE Journal*, 1959, 5(2): 174-177
- Kuwabara S. The forces experienced by randomly distributed parallel circular cylinders or spheres in a viscous flow at small Reynolds numbers. *Journal of the Physical Society of Japan*, 1959, 14(4): 527-532
- Du Plessis JP, Montillet A, Comiti J, et al. Pressure drop prediction for flow through high porosity metallic foams. *Chemical Engineering Science*, 1994, 49(21): 3545-3553

- 15 Bhattacharya A, Calmidi VV, Mahajan R. Thermophysical properties of high porosity metal foams. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2002, 45(5): 1017-1031
- 16 Shen L, Chen Z. Critical review of the impact of tortuosity on diffusion. *Chemical Engineering Science*, 2007, 62(14): 3748-3755
- 17 Beeckman J. Mathematical description of heterogeneous materials. *Chemical Engineering Science*, 1990, 45(8): 2603-2610
- 18 Weaire DL, Hutzler S. *The Physics of Foams*. Oxford, UK: Oxford University Press, 2001
- 19 Lu TJ, Stone HA, Ashby MF. Heat transfer in open-cell metal foams. *Acta Materialia*, 1998, 46(10): 3619-3635
- 20 Yang XH, Lu TJ, Kim T. A simplistic model for the tortuosity in two-phase close-celled porous media. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2013, 46(12): 125305
- 21 Hoang MT, Perrot C. Identifying local characteristic lengths governing sound wave properties in solid foams. *Journal of Applied Physics*, 2013, 113(8): 084905

(责任编辑: 刘福海)

(责任编辑: 刘希国)

A SIMPLISTIC ANALYTICAL MODEL OF PERMEABILITY FOR OPEN-CELL METALLIC FOAMS¹⁾

Yang Xiaohu^{*,†} Bai Jiayi^{†,**} Lu Tianjian^{†,**,2)}

^{*}(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

[†](Multidisciplinary Research Center for Lightweight Structures and Materials, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

^{**}(State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract Based on a generalized tortuosity model and a cubic unit cell topology, an analytical model is developed for predicting the permeability of open-cell metallic foams. The present model has a simple form and requires no fitting or empirical parameters. It is capable of analytically predicting the permeability of open-cell foams over a wide range of porosities (0.55~0.98) and pore densities (5~100 PPI), with good agreement with experimental data. Results demonstrate that the flow tortuosity determined by algorithm branching method enables faithfully capturing the behavior of fluid flow across open-cell metallic foams. Further, the modification made by open pore rate successfully extends the present permeability model from fully-open foams to semi-open ones.

Key words open-cell metallic foam, permeability, tortuosity, analytical model, algorithm branching

Received 16 July 2014, revised 15 September 2014.

1) The project was supported by the National Basic Research Program of China (2011CB610305) and the National 111 Project of China (B06024).

2) Lu Tianjian, professor, research interests: solid mechanics, heat transfer and biothermodynamics. E-mail: tjlu@mail.xjtu.edu.cn